

Die klassische Genaulagen-Synthese von Getrieben mit Dreh- und Schubgelenken

Heutiger Entwicklungsstand und praktische Anwendung

Prof. Dr.-Ing. R. Braune

Institut für Getriebetechnik, Leibniz Universität Hannover

Vortrag zum

Getriebetechnik-Kolloquium Siegen 2007

Universität Siegen, Institut für Konstruktion

Die klassische Genaulagen-Synthese von Getrieben mit Dreh- und Schubgelenken

Heutiger Entwicklungsstand und praktische Anwendung

Prof. Dr.-Ing. R. Braune

Institut für Getriebetechnik, Leibniz Universität Hannover

Kurzfassung

Der vorliegende Beitrag will eine breitere Diskussion über den heutigen Entwicklungsstand, die Möglichkeiten der praktischen Anwendung und die Zukunft der klassischen Genaulagen-Synthese von Koppelgetrieben anregen. Die offenen Fragen sind, ob und wie die Genaulagen-Synthese in der Praxis tatsächlich effektiv einsetzbar ist und benötigt wird, und – daraus folgend – ob und wie sie zukünftig in der Lehre präsentiert und in Software-Entwicklungen weiter gefördert werden soll, oder aber zugunsten von alternativen Ansätzen zur Maßsynthese von Koppelgetrieben eher zurücktreten sollte. Aufbauend auf einem kurzen Abriss der historischen Entwicklung und des heutigen Standes der theoretischen Grundlagen werden als Diskussionsbeitrag die bisherigen Erfahrungen am Institut des Autors zu Kernthesen zusammengefasst und an typischen Beispielen illustriert.

1 Historische Entwicklung

Im Jahre 1888 erschien in Leipzig der erste Band von Burmesters „Lehrbuch der Kinematik“ [1], in dessen neuntem Abschnitt über „Mechanismen für angenäherte Geradföhrung“ man das findet, was wir heute als „klassische Genaulagen-Synthese von Getrieben mit Dreh- und Schubgelenken“ oder zu Ehren des großen Kinematikers kurz als „Burmester-Theorie“ bezeichnen. Obwohl Burmester in seinem Lehrbuch diesen Ansatz nur im Hinblick auf angenäherte Geradföhrungen nutzt, bildet dieser doch die universelle und bis heute wohl auch einzige theoretische Grundlage für die explizite Bestimmung kinematisch relevanter Abmessungen von Koppelgetrieben für die präzise Erfüllung von kinematischen Anforderungen.

Die praktische Anwendung der Burmester-Theorie für die Maßsynthese von Koppelgetrieben föhrt auf die geometrische Aufgabe, sogenannte Burmester-Kurven bzw. Burmester-Punkte zu ermitteln. Eine Burmester-Kurve ist der geometrische Ort aller Punkte einer bewegten Gliede ebene, die in vier Lagen dieser Gliede ebene relativ zu

einer anderen auf einem Kreis liegen, und ein Burmester-Punkt ist analog ein solcher Punkt einer bewegten Gliede ebene, der in fünf ausgewählten Stellungen der betrachteten Gliede ebene relativ zu einer anderen auf einem Kreis liegt.

Die Bestimmung von Burmester-Kurven, siehe Bild 1, und Burmester-Punkten ist rein geometrisch – so wie sie primär von Burmester und später in abgewandelter Form von anderen angegeben wurde – zumindest für allgemeine Vorgaben außerordentlich aufwendig und allein schon deshalb praktisch nicht nutzbar. Lange Zeit beschäftigte man sich darum bevorzugt mit der praktischen Nutzung von Sonderfällen, in denen Burmester-Kurven in Kreise und Geraden entarten und dadurch leicht konstruiert werden können. Ein großer Teil der zeichnerischen Standard-Konstruktionen der Getriebelehre, siehe z.B. [2], beruht somit eigentlich auf Sonderfällen der Burmester-Theorie, auch wenn das heutigen Anwendern häufig so gar nicht bekannt ist. Ein besonders augenfälliges Beispiel dafür sind die sogenannten Totlagen-Konstruktionen für die Auslegung von Kurbelschwingen.

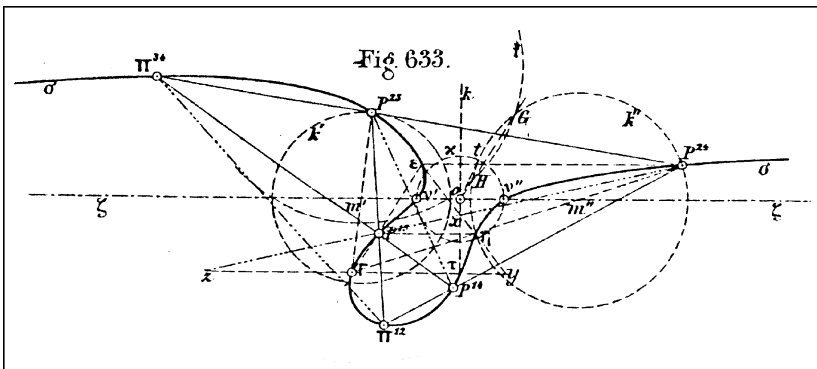


Bild 1: Originalzeichnung von Burmester zur geometrischen Ermittlung der heute als Burmester-Kurve bezeichneten Kurve in seinem Lehrbuch der Kinematik

Das Aufkommen von Rechnern führte natürlich sehr schnell – beginnend mit den sechziger Jahren – auch zu vielerlei Ansätzen der rechnerischen Verarbeitung. Die jüngste umfassende algebraische Aufbereitung der Burmester-Theorie mit Diskussion der Möglichkeiten und Grenzen des praktischen Einsatzes findet sich wohl in der Dissertation des Autors dieses Beitrages aus dem Jahre 1980 [3] bzw. in dem darauf aufbauenden Forschungsbericht [4]. Die hier erarbeitete mathematische Darstellung wurde danach mehrfach auch andernorts als Grundlage für eigene Software-Entwicklungen genutzt – z.B. an der Universität der Bundeswehr Hamburg – insbesondere

aber vom Autor selber in der Lehre und von seinen Mitarbeitern in der Software-Entwicklung [5-8] am Institut für Getriebetechnik der Leibniz Universität Hannover weiter ausgebaut. Eine kompakte Zusammenfassung des hier erreichten heutigen Entwicklungs- und Erfahrungsstandes findet sich im Skript des Autors zu seiner Vorlesung „Rechnereinsatz in der Getriebetechnik“ [9]. Einen kurzen Einblick gibt auch die kürzlich erschienene diesbezügliche Erweiterung der dritten Auflage des Lehrbuches „Einführung in die Getriebelehre“ [10] von Kerle, Pittschellis und nun auch Corves unter Rückgriff auf die vom Autor dieses Beitrages in den siebziger Jahren in Aachen entwickelten Ansätze, jedoch ohne weitere Diskussion der Problematik des praktischen Einsatzes.

2 Theoretische Grundlagen

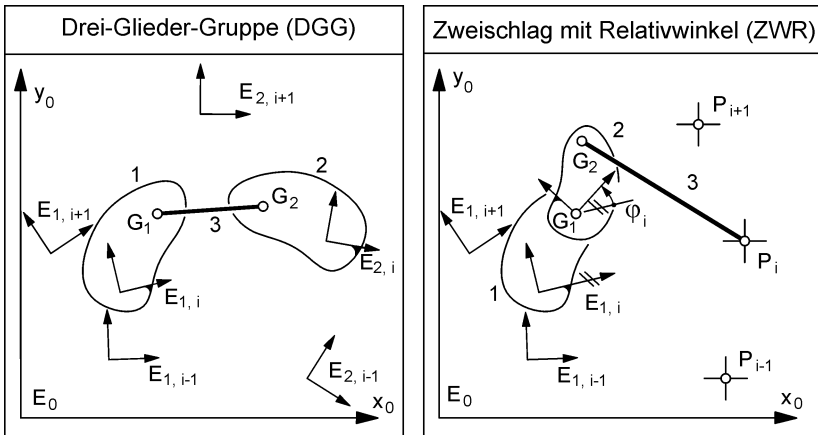
Die folgenden Ausführungen zu den theoretischen Grundlagen der Genaulagen-Synthese geben bewusst nur einen groben Überblick. Näheres kann [3] und [4] entnommen werden.

2.1 Definition von allgemeinen Bemessungsbausteinen

Der Grundgedanke der Genaulagen-Synthese besteht darin, dass eine Bewegungsaufgabe, die ein gesuchtes Koppelgetriebe erfüllen soll, vorgegeben wird durch eine gewisse Anzahl von definierten Stellungen, die einzelne Gliedebenen im Bewegungsablauf relativ zueinander durchlaufen sollen. Für bestimmte Konfigurationen von Gliedergruppen können dann ergänzend zu gegebenenfalls bereits vorzugebenden Abmessungen die jeweils noch fehlenden Abmessungsdaten so berechnet werden, dass die betrachtete Gliedergruppe die verlangten Lagenzuordnungen exakt erfüllt. Dabei ist zu beachten, dass praktische Aufgabenstellungen in aller Regel primär gar nicht in dieser Form vorliegen, sondern sich allenfalls mehr oder weniger gut und gewissermaßen „ersatzweise“ in Form von einzelnen Lagenzuordnungen formulieren lassen. Der Grund für die übliche Vorgabe einzelner Lagenzuordnungen liegt deshalb vielmehr darin, dass der Getriebelehre bisher leider nur für diese Aufgabenform eine explizite Lösung gelungen ist.

Häufig wird die Anwendung der Genaulagen-Synthese direkt in Bezug auf ganz bestimmte getriebetechnische Aufgabenstellungen diskutiert, also z.B. bezüglich der Erfüllung von vorgegebenen Punkten einer Koppelkurve durch ein viergliedriges Getriebe, und dann vielleicht noch weiter spezifiziert, z.B. durch die Zusatzforderung nach gleichzeitiger Erfüllung vorgegebener Drehwinkelschritte an einem Antriebsglied. Für jeweils einzelne solcher Aufgabenstellungen werden dann jeweils spezielle Programme oder Programmvarianten angeboten [3,4].

Dem Autor dieses Beitrages erscheint es im Lichte des heutigen Erfahrungsstandes aber wesentlich sinnvoller, so genannte „Allgemeine Bemessungsbausteine“ für grundlegende Gliedergruppen und daran allgemein formulierbare Grundaufgaben zu definieren. Solche allgemeinen Bemessungsbausteine können dann jeweils fallspezifisch in einen Auslegungsablauf zur Lösung einer bestimmten Aufgabe integriert und durch spezielle Wahl der Eingabedaten zweckdienlich angepasst werden. In [5] wurde systematisch untersucht, welche Varianten für solche allgemeinen Bemessungsbausteine prinzipiell denkbar sind. Davon haben sich aber bei praktischen bzw. praxistypischen Aufgaben bisher nur die beiden in Bild 2 dargestellten Bemessungsbausteine als tatsächlich erforderlich erwiesen. Am Institut des Autors werden diese Grundaufgaben als „Drei-Glieder-Gruppe“ mit der Abkürzung DGG und als „Zweischlag mit Relativwinkel“, kurz ZWR, bezeichnet.



Vorgabe:

- Glied-Lagenschar $E_{1,i}$
- Glied-Lagenschar $E_{2,i}$

für $i = 1, \dots, n$ mit $n = 3, 4, 5$

Ergebnis:

- G_1 in E_1
- G_2 in E_2

Vorgabe:

- Glied-Lagenschar $E_{1,i}$
- Punkt-Lagenschar P_i
- Winkel-Lagenschar φ_i

für $i = 1, \dots, n$ mit $n = 3, 4, 5$

Ergebnis:

- G_1 in E_1
- G_2 in E_2

Bild2: Allgemeine Bemessungsbausteine DGG und ZWR

DGG entspricht verallgemeinert der Betrachtung von Burmester: Für zwei Gliedebenen E_1 und E_2 sind Scharen einander zugeordneter Lagen relativ zu einem Bezugssystem E_0 gegeben. Gesucht sind einander zugeordnete Punktepaare G_j in E_j und

G_2 in E_2 , die in allen vorgegebenen Gliedlagen konstanten Abstand aufweisen, deren homologe Lagen relativ zur jeweils anderen Gliedebenen also auf einem Kreis liegen. G_1 und G_2 können dann als Drehgelenke ausgeführt und durch ein Koppelglied 3 verbunden werden.

Seltener erforderlich, aber ggf. doch sehr hilfreich, ist der zweite Bemessungsbaustein ZWR. Vorgegeben ist hierbei für eine Gliedebene E_I eine Lagenschar in der Bezugsebene E_0 und außerdem eine zugeordnete Lagenschar für einen freien Punkt P . Gesucht sind Gelenkpunkte G_I in E_I mit einem daran angelenkten Zweischlag $G_I G_2 P$, bestehend aus den Gliedern 2 und 3. Als zusätzliche Bedingung sollen beim Durchlaufen der vorgegebenen Lagenschar $E_{I,i}$ für Glied 1 und der zugeordneten Punkte-schar P_i für den Endpunkt des gesuchten Zweischlages in dessen Gelenk G_I ganz bestimmte, ebenfalls vorgegebene Drehwinkelschritte erfüllt werden.

Beide Bemessungsaufgaben können prinzipiell für 3, 4 oder 5 vorgegebene Lagenzuordnungen gelöst werden. Bei 3 Vorgaben kann und muss einer der beiden gesuchten Gelenkpunkte G_1 oder G_2 in seiner Gliedebene mit seinen beiden Koordinaten vollständig vorgegeben werden (2-parametrisches Lösungsspektrum). Bei 4 Lagenvorgaben muss eine Koordinate von einem der gesuchten Gelenkpunkte vorgegeben werden und zulässige Gelenkpunkte liegen somit jeweils auf einer bestimmten Kurve im jeweiligen Glied (1-parametrisches Lösungsspektrum, Burmester-Kurve) und bei 5 Lagenvorgaben ergibt sich im allgemeinen eine endliche Anzahl von 0, 2 oder 4 Lösungen für zugeordnete Punktepaare ohne weitere Vorgaben (Burmester-Punkte). Als Grenzfall auftretende unendlich ferne Positionen der Gelenkpunkte G_1 bzw. G_2 können getriebetechnisch durch Schubgelenke realisiert werden und eventuell ebenfalls gezielt gesucht sein.

2.2 Gleichungssystem für die Bemessungsbausteine DGG und ZWR

Drei-Glieder-Gruppe DGG

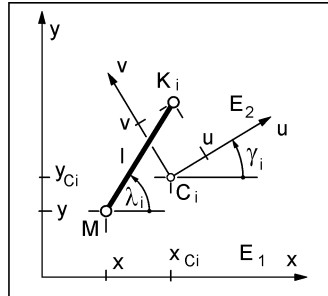
Gemäß Bild 3 kennzeichnen das x,y -System die relativ zu E_0 bewegte Gliedebene E_I und das u,v -System die in zugeordneten Lagen vorgegebene Gliedebene E_2 . Im Weiteren wird vorausgesetzt, dass die Vorgabelagen $E_{2,i}$ der Gliedebene E_2 bereits in die entsprechenden Vorgabelagen $E_{I,i}$ der Gliedebene E_I transformiert seien. Die Lagedaten x_{Ci} , y_{Ci} und γ_i beschreiben dann die Vorgabelagen von E_2 relativ zu E_I . Gesucht sind in E_2 Punkte K mit den Koordinaten u und v sowie die zugeordneten Punkte M in E_I mit den Koordinaten x und y , deren Abstand l in allen relativen Vorgabelagen konstant ist.

Bild 3: Geometrie des Bemessungsbausteins
"Drei-Glieder-Gruppe" (DGG)

Mit der Einführung des veränderlichen Lage-
winkels λ_i des Verbindungsgliedes MK ergibt sich:

$$\begin{aligned}x + l \cos\lambda_i &= x_{Ci} + u \cos\gamma_i - v \sin\gamma_i \\y + l \sin\lambda_i &= y_{Ci} + u \sin\gamma_i + v \cos\gamma_i\end{aligned}$$

für $i = 1, 2, \dots, n$ (2.1)



Durch Quadrieren und Addieren beider Gleichungen für alle $i = 1$ bis n vorgegebenen Lagenzuordnungen kann man die Winkel λ_i eliminieren und durch Subtrahieren der Gleichungen für $i + 1$ von den Gleichungen für i für jedes $j = i = 1$ bis $(n - 1)$ auch noch die Länge l . So verbleibt ein nichtlineares Gleichungssystem mit $(n - 1)$ Gleichungen für die vier Gelenkkordinaten x, y, u und v in folgender Form:

$$A_j + B_j u + C_j v + D_j x + E_j y + F_j (ux + vy) + G_j (uy - vx) = 0$$

(2.2)

für $j = 1, 2, \dots, (n - 1)$

Die Koeffizienten A_j bis G_j enthalten dabei keine unbekanntenen Größen, sondern nur die bekannten Daten der Lagenvorgabe für die Gliedebenen E_2 und E_1 .

Wenn mit diesem Gleichungssystem die Koordinaten der Punkte K und M in ihrem jeweiligen Koordinatensystem bestimmt sind, kann nachträglich auch sehr einfach deren konstant bleibender Abstand l bestimmt werden und damit die Länge des ein-zufügenden Getriebegliedes.

Zweischlag mit Relativwinkel ZWR

Gemäß Bild 4 kennzeichnet das x, y -System die gegebenenfalls relativ zu E_0 bewegte erste Gliede Ebene E_1 und x_{Pi}, y_{Pi} sind die relativen Koordinaten der vorgegebenen zugeordneten Lagen des Punktes P . Das p, q -System kennzeichnet die Gliede Ebene E_2 des Anschlussgliedes MK des gesuchten Zweischlages MKP . Gesucht sind Punkte M mit den Koordinaten x, y in E_1 für das Anschlussgelenk des Zweischlages und zugeordnete Punkte K mit den Koordinaten p, q in E_2 für das Kniegelenk des Zweischlages, und zwar so, dass der Abstand $l = K_i P_i$ für alle vorgegebenen Lagenzuordnungen gleich ist und zusätzlich vorgegebene Werte φ_i für die Winkellage des p, q -Systems relativ zum x, y -System eingehalten werden.

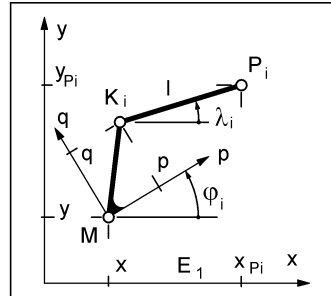
Bild 4: Geometrie des Bemessungsbausteins
"Zweischlag mit Relativwinkel" (ZWR)

Mit der Einführung des veränderlichen Lage-
winkels λ_i des Zweischlaggliedes KP ergibt sich:

$$x + p \cos \varphi_i - q \sin \varphi_i + l \cos \lambda_i = x_{Pi}$$

$$y + p \sin \varphi_i + q \cos \varphi_i + l \sin \lambda_i = y_{Pi}$$

$$\text{für } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$



Mit analogen Schritten wie bei der Drei-Glieder-Gruppe können auch hier die Lage-
winkel λ_i und die Koppellänge l eliminiert werden und es verbleibt ein nichtlineares
Gleichungssystem mit $(n - 1)$ Gleichungen für die hier vorliegenden Unbekannten x , y ,
 p und q , das formal den gleichen Aufbau hat wie bei der Drei-Glieder-Gruppe DGG:

$$A_j + B_j p + C_j q + D_j x + E_j y + F_j (px + qy) + G_j (py - qx) = 0 \quad (2.4)$$

$$\text{für } j = 1, 2, \dots, (n - 1)$$

Wieder enthalten die Koeffizienten A_j bis G_j keine Unbekannten, sondern ergeben
sich ausschließlich aus den Vorgabedaten, hier also aus den Lagedaten für die
bewegte Gliedebebene E_1 und den Punkt P relativ zu E_0 sowie die verlangten Winkel-
werte φ_i .

Allgemeines Gleichungssystem

Der gleiche Aufbau beider Gleichungssysteme ergibt sich hier nicht zufällig, sondern
beruht auf einer tatsächlich vorhandenen und leicht nachweisbaren geometrischen
Verwandtschaft beider Gliedergruppen, die diese trotz zunächst durchaus unter-
schiedlich erscheinender kinematischer Aufgabenstellung besitzen. Grundsätzlich
wäre damit die Aufgabenstellung ZWR auch in die Aufgabenstellung DGG überführ-
bar, aber sie ist in ihrer eigenständigen Formulierung doch sehr viel direkter in kon-
krete Syntheseaufgaben integrierbar.

Der gleiche Gleichungsaufbau bietet die Möglichkeit, beide Aufgabenstellungen mit
gleichen Algorithmen zu bearbeiten, und verlangt so nur eine einzige programmtech-
nische Umsetzung. Zur allgemeinen Diskussion sollen deshalb die jeweils vier
gesuchten Gelenkpunktkoordinaten im Weiteren neutralisiert mit x_1 bis x_4 bezeichnet
werden und man erhält so das grundlegende Gleichungssystem der klassischen
Genaulagen-Synthese für beide hier betrachteten Anwendungsfälle:

$$A_j + B_j x_1 + C_j x_2 + D_j x_3 + E_j x_4 + F_j (x_1 x_3 + x_2 x_4) + G_j (x_1 x_4 - x_2 x_3) = 0 \quad (2.5)$$

$$\text{für } j = 1, 2, \dots, (n - 1)$$

Dieses nichtlineare Gleichungssystem mit $(n - 1)$ Gleichungen für 4 Unbekannte ist nun für unterschiedliche Anzahl n der vorgegebenen Lagenzuordnungen zu lösen.

Bei der Auflösung des Gleichungssystems muss eine bestimmte Reihenfolge in der Vorgabe bzw. Berechnung der Unbekannten zugrunde gelegt werden, z.B. bei vier Lagenzuordnungen zunächst eine Vorgabe von x_1 , damit dann Berechnung von x_2 und anschließende Bestimmung von x_3 und x_4 . Im praktischen Einsatz ist es aber sehr hilfreich, wenn die Vorgabe- und Berechnungsreihenfolge der Unbekannten beliebig gewechselt werden kann. Dies lässt sich programmtechnisch jedoch sehr leicht durch eine Vertauschung der Koeffizienten im Gleichungssystem realisieren, ohne dass dafür jeweils unterschiedliche Berechnungsgänge nötig wären. In den folgenden Ausführungen wird deshalb exemplarisch nur die Vorgabe- bzw. Berechnungsreihenfolge $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3, x_4$ betrachtet.

2.3 Auflösung des Gleichungssystems

Drei-Lagenzuordnungen ($n = 3$)

Bei drei Lagenvorgaben $i = 1$ bis 3 ergibt sich aus (2.5) ein System mit zwei Gleichungen für $j = 1$ und $j = 2$ für die Unbekannten x_1 bis x_4 , das somit zweifach überbestimmt ist bzw. durch willkürliche Vorgabe von zwei der vier Unbekannten eine 2-parametrische Lösungsschar liefert. Bei Vorgabe von beiden Koordinaten für einen der beiden zu bestimmenden Gelenkpunkte auf einer der beiden Gliedebenen wird das Gleichungssystem zur Berechnung der zugeordneten Koordinaten des zweiten Gelenkpunktes linear und kann so unmittelbar gelöst werden. Z.B. ergibt sich bei Vorgabe von x_1, x_2 :

$$\begin{aligned} (D_1 + F_1 x_1 - G_1 x_2)x_3 + (E_1 + F_1 x_2 + G_1 x_1)x_4 &= A_1 + B_1 x_1 + C_1 x_2 \\ (D_2 + F_2 x_1 - G_2 x_2)x_3 + (E_2 + F_2 x_2 + G_2 x_1)x_4 &= A_2 + B_2 x_1 + C_2 x_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Diese Linearität entspricht der einfachen zeichnerischen Lösung dieser Aufgabe der Bestimmung des Mittelpunktes eines Kreises durch drei Punkte als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf die Verbindung der Punkte.

Vier Lagenzuordnungen ($n = 4$)

Bei vier Lagenzuordnungen erhält man aus (2.5) ein System mit drei Gleichungen für die vier Unbekannten x_1 bis x_4 , also eine 1-parametrische Lösungsschar bei willkürlicher Vorgabe von einer dieser vier Gelenkpunktkoordinaten. Das Gleichungssystem ist zwar nichtlinear, aber es kann explizit aufgelöst werden, z.B. können bei Vorgabe von x_1 die Unbekannten x_3 und x_4 eliminiert werden, und es verbleibt ein explizit lösbares Polynom 3. Grades für die Berechnung der zweiten Koordinate x_2 zum vorgegebenen Koordinatenwert x_1 des ersten gesuchten Gelenkpunktes:

$$k_3 x_2^3 + k_2 x_2^2 + k_1 x_2 + k_0 = 0 \quad (2.7)$$

Die Koeffizienten k_0 bis k_3 dieses Polynoms sind dabei nur von den Lagevorgaben, also von A_j bis G_j abhängig und von der Vorgabe für x_1 . Ein solches Polynom hat bekanntlich im Allgemeinen eine oder drei reelle Lösungen und dies entspricht dem schon von Burmester geometrisch bewiesenen Satz, dass eine Gerade auf einem allgemein bewegten Getriebeglied immer 1 oder 3 Punkte enthält, die in 4 Lagen dieser Gliedebeine relativ zu einer anderen Gliedebeine auf einem Kreis liegen.

Eine stetige Variation der Vorgabe-Koordinate x_1 liefert also eine stetige Folge von ein oder drei Lösungen für die zweite Koordinate x_2 des betrachteten Gelenkpunktes in der ersten betrachteten Gliedebeine und somit die bekannte Burmester-Kurve für die Lagen zulässiger Gelenkpunkte. Alle bekannten geometrischen Merkmale der Burmester-Kurven bestätigen sich hier aufgrund der prinzipiellen Eigenschaften des Polynoms vom Grade 3.

Wenn die Koordinaten x_1 und x_2 des ersten gesuchten Gelenkpunktes auf der einen Gliedebeine bekannt sind, können unter Rückgriff auf das 3-Lagen-Problem aus drei beliebig ausgewählten Lagezuordnungen anschließend die zugeordneten Koordinaten des zweiten Gelenkpunktes auf der anderen Gliedebeine berechnet werden, die dann in dieser Gliedebeine ebenfalls auf einer zugeordneten Burmester-Kurve liegen. Für die praktische Auswahl von getriebetechnisch interessant erscheinenden Lösungen empfiehlt sich anstelle einer grafischen Darstellung der Burmester-Kurven vielmehr die grafische Darstellung der möglichen Verbindungsgeraden zwischen einander zugeordneten Punkten auf den Burmester-Kurven.

Fünf Lagenzuordnungen ($n = 5$)

Mit vier Gleichungen für vier Unbekannte ist das aus (2.5) folgende nichtlineare Gleichungssystem bestimmt und es ergibt sich ohne weitere Vorgaben – wenn überhaupt – eine endliche Anzahl von reellen Lösungen. Auch hier ist – allerdings mit einem gewissen Aufwand an Zwischenrechnung – trotz der Nichtlinearität eine schrittweise Eliminierung der Unbekannten möglich, bis zuletzt ein Polynom 4. Grades für die Berechnung der ersten Gelenkpunktcoordinate verbleibt, z.B. zur Bestimmung von x_1 :

$$k_4 x_I^4 + k_3 x_I^3 + k_2 x_I^2 + k_1 x_I + k_0 = 0 \quad (2.8)$$

Auch dieses Polynom ist noch explizit lösbar und besitzt bekanntlich im Allgemeinen 0, 2 oder 4 reelle Lösungen. Aus dem Auflösengang für das Gleichungssystem ergibt sich nicht nur das Polynom (2.8) zur Berechnung von x_I , sondern auch eine weitere explizite Gleichung zur Berechnung der zugeordneten Koordinatenwerte x_2 zu jeder mit (2.8) ermittelten Lösung für x_I . Mit den so vorliegenden Koordinatenpaaren x_I, x_2 können dann – wieder unter Rückgriff auf ein Drei-Lagen-Problem – letztlich auch die zugeordneten Koordinaten x_3, x_4 des entsprechenden Gelenkpunktes auf der zweiten Gliedebebene berechnet werden. Die 0, 2 oder 4 reellen Lösungen des Polynoms (2.8) liefern somit im Allgemeinen 0, 2 oder 4 Paare einander zugeordneter Gelenkpunkte mit konstantem Abstand in fünf relativen Gliedlagen, also die bekannten Burmester-Punkte, deren mögliche Anzahl so ebenfalls schon von Burmester geometrisch bewiesen wurde.

Sonderfälle, Lösungen mit Schubgelenken und dicht benachbarte Vorgaben

Besser als das mit einer rein numerischen Lösung des Gleichungssystems (2.5) möglich wäre, erlaubt die hier angedeutete explizite Auflösung eine geometrisch-getriebetechnische Interpretation vielfältig möglicher Sonderfälle, die z.B. dadurch auftreten, dass in den Polynomen (2.7) und (2.8) einer, mehrere oder gar alle Koeffizienten k zu Null werden können. Im praktischen Einsatz treten solche Sonderfälle tatsächlich sehr häufig auf, weil praktische Vorgaben für zu erfüllende Lagevorgaben oft – und oft auch unbewusst – irgendwelche Sonderbedingungen enthalten, z.B. Vorgabe von Punkten auf Geraden oder Kreisen oder paarweise symmetrische Anordnungen von Gliedlagen. Es ist deshalb sinnvoll, solche Sonderfälle in der programmtechnischen Umsetzung zu erkennen, entsprechend zu behandeln und den Programmnutzer darüber zu informieren.

Ein Sonderfall mit spezieller getriebetechnischer Bedeutung ist die unter Umständen erlaubte oder gar gezielt gewünschte Nutzung von Schubgelenken anstelle von Drehgelenken für die Verbindung der in der Maßsynthese bestimmten Koppelglieder. Dafür müssen dann explizit auch ggf. existierende unendlich ferne Lösungspunkte berechnet werden. Entsprechende Berechnungsgleichungen können ebenfalls aus der oben angedeuteten algebraischen Beschreibung abgeleitet und programmtechnisch umgesetzt werden.

Häufig sollen in praktischen Aufgaben kinematische Anforderungen erfüllt werden, die auf differenzialgeometrischen Merkmalen beruhen, z.B. Punktführungen mit vorgegebener Tangentenrichtung oder Bahnkrümmung oder Übertragungsfunktionen mit einem bestimmten Übersetzungsverhältnis in einer bestimmten Stellung. Solche Anforderungen können angenähert, aber praktisch völlig ausreichend durch zwei oder drei endlich, aber in entsprechender Form sehr dicht benachbarte Lagevorgaben beschrieben werden.

3 Kernthesen zum praktischen Einsatz der klassischen Genaulagen-Synthese

Durch die jahrelange Beschäftigung mit Genaulagen-Synthese in der Lehre, in der Software-Entwicklung und gelegentlich auch praktischer Anwendung haben der Autor und seine Mitarbeiter am Institut für Getriebetechnik der Leibniz Universität Hannover einen gewissen Erfahrungsstand erworben, der hier in plakativen Kernthesen zusammengefasst und zur Diskussion gestellt werden soll.

Vorangestellt sei die gewonnene generelle Überzeugung, dass die klassische Genaulagen-Synthese von Koppelgetrieben durchaus bei praktischen Aufgaben effektiv eingesetzt werden kann, dass dazu aber die vorliegende Aufgabenstellung zunächst einmal überhaupt zugänglich sein muss für die typischen Möglichkeiten der Genaulagen-Synthese – was keineswegs immer gegeben ist – und dass darüber hinaus die folgenden Gesichtspunkte beachtet bzw. Anwendungsbedingungen vorliegen müssen:

- **Integration in aufgabenspezifische interaktive Bearbeitungsabläufe**

Echte praktische Aufgaben liegen wohl nie oder doch fast nie so vor, dass unmittelbar ganz bestimmte Lagenvorgaben verlangt werden, die direkt in ein entsprechendes Programm eingegeben werden könnten, dessen Rechenergebnis dann sofort die fertige Lösung der Aufgabe wäre. Jedwede Maßsynthese – auch von einfachen, nur viergliedrigen Grundgetrieben – verlangt einen mehr oder weniger komplexen Bearbeitungsablauf der jeweils aufgabenspezifisch konzipiert werden muss. Ein mit Genaulagen-Synthese durchgeführter Bemessungsschritt ist darin nur einen Schritt zwischen anderen, die z.B. die Vorgabe benötigter Abmessungsparameter bzw. die Bereitstellung von Lagenvorgaben unterstützen oder zwischendurch bzw. abschließend benötigte Analyseschritte ausführen. Alle insgesamt erforderlichen Bearbeitungsschritte müssen in einem aufgabenspezifischen Bearbeitungsablauf zusammengefasst und – interaktiv gesteuert – möglichst benutzungsfreundlich wiederholt durchlaufen werden kön-

nen, um so in einem iterativen Prozess ein brauchbares oder gar möglichst gutes Lösungsgetriebe zu entwickeln.

- **Stufenweise Anwendung auf Teil-Baugruppen bei komplexeren Getrieben**

Die hier präsentierte Form der allgemeinen Bemessungsbausteine beschränkt deren Nutzung nicht auf einfache viergliedrige oder anderweitig spezielle Getriebebestrukturen. Vielmehr wird es dadurch möglich, auch die Maßsynthese komplexerer Getriebe zu unterstützen, indem in diesen einzelne Teil-Baugruppen dimensioniert werden, oder in einem stufenweisen Prozess gegebenenfalls auch mehrere Teil-Baugruppen mit aufeinander aufbauenden Synthese-Schritten. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass im Gesamtgetriebe solche Teil-Baugruppen jeweils für sich eine ganz bestimmte, klar abgrenzbare kinematische Funktion erfüllen, die dann auch sinnvoll durch Lagenvorgaben beschreibbar sein muss.

- **Entwicklung von aufgabenspezifischen Konzepten für den gezielten Einsatz zur Erreichung jeweils gewünschter kinematischer Eigenschaften**

Die vorliegenden Bemessungs-Bausteine verlangen jeweils auf ihre Weise die Vorgabe einer begrenzten Anzahl von Lagenzuordnungen zwischen den jeweils betrachteten Getriebegliedern. So liegen praktische Aufgaben aber in aller Regel nicht vor. Es muss also in jeder konkreten Anwendung neu überlegt werden, welcher Bemessungsbaustein wie eingesetzt werden kann, um damit möglichst zielstrebig das jeweils tatsächlich verlangte kinematisch-funktionelle Verhalten des betrachteten Gesamtgetriebes zu erreichen.

- **Aufgabenspezifische Entscheidung über die zu nutzende Lagenanzahl sowie ggf. spezielle Wahl und Variation der Lagen-Vorgaben**

Bei der Entwicklung von solchen Anwendungskonzepten ist unter anderem auch zu entscheiden, ob mit 3, 4 oder 5 Lagen-Vorgaben gearbeitet werden soll. In aller Regel gibt es dafür keine zwingenden Vorgaben aus der jeweiligen Aufgabenstellung, sondern es kann und muss geprüft werden, mit wie viel Vorgaben das jeweilige Ziel am besten beschrieben und am schnellsten erreicht werden kann. Weiterhin spielen auch die jeweilige Anordnung und Variation der spezifischen Lagenvorgaben eine ganz entscheidende Rolle. Unter anderem können dabei sehr dicht benachbarte Vorgaben in Betracht kommen zur angenäherten Erreichung bestimmter differenzialgeometrischer Eigenschaften – z.B. Bahntangenten, Bahnkrümmungen oder Übersetzungsverhältnissen – oder die bewusste

Abweichung von Ideal-Vorgaben zur Erreichung bestimmter gewünschter allgemeiner Getriebeeigenschaften, z.B. von umlauffähigem Antrieb.

- **Vorgabe und Variation von freien Abmessungsparametern**

In einem Bemessungs-Schritt mit Genaulagen-Synthese wird immer nur ein eher kleiner Teil der Abmessungen eines Gesamtgetriebes festgelegt bzw. als Lösungsschar zur interaktiven Auswahl angeboten. Die sonstigen Abmessungsparameter müssen also frei vorgegeben und optimierend variiert werden. Häufig sind solche primären Abmessungsvorgaben auch dazu notwendig, mit Hilfe so festgelegter anfänglicher Getriebeglieder überhaupt erst die Anwendung der Genaulagen-Synthese für die Bestimmung weiterer Getriebeglieder zu ermöglichen.

- **Bereitstellung von Lagenvorgaben durch „Vorarbeiten“**

Fast immer liegen die jeweils benötigten Lagenvorgaben für einen Bemessungsschritt nicht als primäre Eingabedaten vor, sondern müssen erst durch gewisse Vorarbeiten aus den tatsächlich primär vorliegenden kinematisch funktionellen Anforderungen abgeleitet werden. Ganz offenkundig gilt das z.B. für einen zweiten Bemessungsschritt in einem komplexeren Getriebe, dessen Lagenvorgaben sich erst aus der gewählten Lösung eines vorhergehenden ersten Bemessungsschrittes ergeben. Für eine effektive interaktive Variation ist es natürlich wichtig, dass die benötigten Lagenvorgaben mit möglichst geringem interaktiven Aufwand ermittelt und an den Syntheseschritt übergeben werden können.

- **Zweckmäßige Variation von „weichen“ kinematisch-funktionellen Vorgaben**

In aller Regel müssen kinematisch-funktionelle Anforderungen an ein auszulegendes Getriebe nicht wirklich exakt, sondern nur in einem gewissen Toleranzbereich angenähert erfüllt werden. Man darf und muss dann oft solche zugelassenen Toleranzen möglichst optimal ausnutzen, um eine insgesamt möglichst gute Lösung zu erreichen. Einige wenige vorgegebene Genau-Lagen, die dann auch genau erfüllt werden, dürfen somit immer nur als mehr oder weniger repräsentativ für tatsächlich vorliegende kinematisch-funktionelle Forderungen verstanden werden und bilden meist die entscheidenden freien Parameter für die Generierung guter Lösungen. Wenn man die Lagen-Vorgaben für solche „weichen“ Forderungen als freie Auslegungsparameter betrachtet, dann erhält man insgesamt wieder die gleiche Anzahl von Auslegungsparametern wie bei einer direkten Variation von reinen Abmessungsparametern ohne Nutzung von Genaulagen-Synthese. Dennoch kann der „Umweg“ über die Genaulagen-

Synthese sehr effektiv sein. Der Grund dafür ist, dass solche weichen Vorgaben im Hinblick auf gewünschte Lösungsqualitäten oft viel übersichtlicher auf einen bestimmten Bereich eingegrenzt und in diesem zielstrebig variiert werden können als reine Abmessungsparameter. Nötig ist dazu aber eine fallspezifische verständige Einsicht in die jeweils wirksamen kinematischen Zusammenhänge und die Fähigkeit, diese in einer geschickten „Variationsstrategie“ gezielt auszunutzen.

- **Freie Vorgabe von primär gar nicht gestellten kinematisch-funktionellen Vorgaben**

Gelegentlich kann es sogar günstig sein, in einem Gesamtgetriebe einige Abmessungen einer Teil-Baugruppe mit einem Bemessungsbaustein zu berechnen, obwohl für die benötigten Lagenvorgaben nur unvollständige Anforderungen vorliegen bzw. aus der primären Aufgabenstellung abgeleitet werden können. Für solche fehlenden Vorgaben muss dann eine mehr oder weniger willkürliche Wahl getroffen werden, und diese Wahl ihrerseits als freier variabler Parameter behandelt werden. Trotzdem kann es effektiv sein, so die Nutzung eines Bemessungsbausteins zu ermöglichen – anstelle einer direkten freien Variation aller dadurch bestimmten Abmessungsparameter.

4 Beispiele zur praxisgerechten Handhabung der Genaulagen-Synthese von Koppelgetrieben

Die folgenden Beispiele sollen an speziell dafür gewählten – eher einfachen, im Anspruch aber durchaus praxistypischen – Aufgaben die konkrete Handhabung und die tatsächlichen Möglichkeiten von Genaulagen-Synthese aufzeigen und so die vorstehenden Kernthesen illustrieren. Alle gezeigten Ergebnisse wurden mit dem Programmsystem GENESYS des IfG erzeugt.

4.1 Viergliedriges Koppelgetriebe zur Erzeugung einer angenäherten Geraden

Aufgabenstellung

Gesucht sei zunächst ein allgemeines viergliedriges Drehgelenkgetriebe gemäß Bild 5, das einen Koppelpunkt C in einem Teilbereich seiner Koppelkurve auf einer geforderten Länge l_g annähernd geradlinig führt. Exemplarisch soll die Geradföhrung die Länge $l_g = 100$ aufweisen.

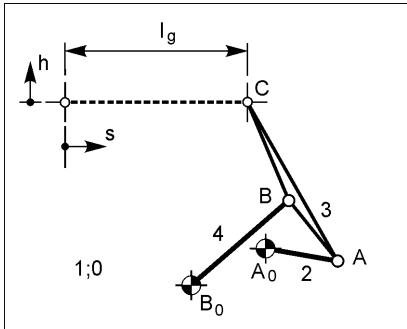


Bild 5:
Erzeugung einer angenäherten Geradföhrung durch ein allgemeines viergliedriges Drehgelenkgetriebe

Bearbeitungsstrategie

Es liegt nahe, die verlangte Geradföhrung durch Vorgabe einiger Soll-Lagen C_i für den Punkt C des Koppelgliedes 3 auf der Soll-Geraden zu erreichen. Zur Berechnung von möglichen Föhrungslenkern A_0A und B_0B sind jedoch vollständige Lagenvorgaben für das Koppelglied erforderlich. Zu jedem gewählten Soll-Punkt C_i ist also auch die Vorgabe eines Soll-Lagewinkels γ_i erforderlich. Diese Lagewinkel sind hier allerdings nicht unmittelbar durch die Aufgabenstellung vorgegeben, und es würde schwer fallen, dafür ohne weitere Anhaltspunkte irgendwelche sinnvollen Vorgaben zu treffen. Es bestünde dadurch die Gefahr, ungewollt durch ungünstige Vorgaben schlechte Lösungen zu provozieren. Überschaubarer ist dagegen die Vorgabe eines ersten Zweischlages A_0AC durch die Koordinaten seines Gestellgelenkes A_0 sowie seiner Gliedlängen A_0A und AC . Wird dieser Zweischlag mit seinem Gliedpunkt C in die Soll-Lagen C_i geföhrt und dabei jeweils eine der beiden prinzipiell immer möglichen Zweischlaglagen ausgewählt, so ergeben sich „natürliche“ Gliedlagen für die Koppelebene relativ zum Gestell. Mit dem Bemessungsbaustein DGG kann dann abschließend der zweite Föhrungslenker B_0B als Verbindungsglied zwischen dem Gestell als einer der beiden zu verbindenden Gliedebenen und dem Koppelglied als zweiter Gliedebene berechnet werden.

Vorgabe von Abmessungsparametern, Bereitstellung von Lagenvorgaben und fallspezifische Analyse

Bei interaktiver Variation der vier Zweischlagabmessungen mit direkter grafischer Darstellung kann bereits eine erste visuelle Kontrolle dieser Eingabewerte im Hinblick auf vermutliche Brauchbarkeit durchgeföhrt werden. Zusätzlich können aber auch gezielte Hilfen für die Abmessungswahl gegeben werden. Um alle Punkte der Soll-Geraden erreichen zu können, muss bei Vorgabe von A_0 nämlich auf jeden Fall der größte Abstand zu einem Punkt der Geraden kleiner als die Summe der Gliedlängen sein und der kleinste Abstand größer als deren Differenz (so genannte „Zweischlagbemessung“). Des Weiteren sollten für die zur Lösungsoptimierung nötige Variation

der Soll-Punkte die entsprechenden Lagedaten des Koppelgliedes direkt und ohne weitere Aktion des Benutzers jeweils aktualisiert dem Bemessungsbaustein DGG zur Berechnung von Führungslenkern B_0B übergeben werden. Letztlich muss das fertige Getriebe fallspezifisch analysiert werden, um dem Bearbeiter eine fundierte Bewertung der erreichten Lösungsqualität zu ermöglichen.

Strategie zur Variation der Genau-Punkte und Lösungsbeispiele

Bild 6 zeigt einen praktisch brauchbaren Ausschnitt aus der 1-parametrischen Lösungsschar für den Lenker B_0B zu einem vorgegebenen Zweischlag A_0AC , für den vier Genau-Punkte C_1 bis C_4 zunächst genau auf der Soll-Geraden an deren Enden und im Inneren mit gleichem Abstand vorgegeben wurden.

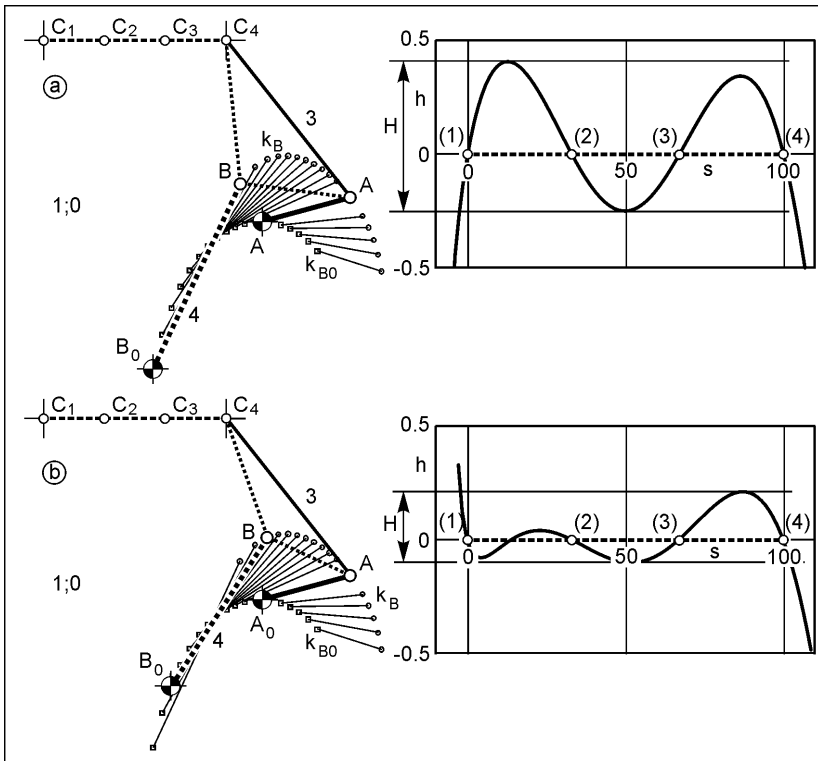


Bild 6: Synthese-Ergebnisse für 4 Genau-Punkte mit unterschiedlicher Auswahl aus dem gleichen Lösungsangebot

Aus diesem Lösungsangebot sind in Bild 6a und 6b zwei unterschiedliche Lösungen ausgewählt worden, die bei gleichen Genau-Punkten unterschiedliche Verläufe der Abweichung h von der Soll-Geraden zeigen. In Bild 6b fällt auf, dass bei dieser Lösung auch noch ein fünfter, nicht vorgegebener Null-Wert des Fehlerverlaufs und eine insgesamt geringere Bandbreite H der Geradenabweichung auftritt.

Man könnte nun probieren, durch unterschiedliche Auswahl im Lösungsangebot und durch Variation aller vier Genau-Punkte in x -Richtung oder aber in y -Richtung eine Lösung zu finden, die z.B. – bei zunächst vielleicht gleich bleibendem Vorgabe-Zweischlag – hinsichtlich der Geradföhrungs-Bandbreite optimal ist. Man hätte dabei genauso fünf freie Variationsparameter wie bei einer direkten Abmessungsvariation des Lenkers B_0B , aber man würde bei interaktiver Bearbeitung mit Hilfe der Genau-lagen-Synthese sicher schneller das Optimum erreichen.

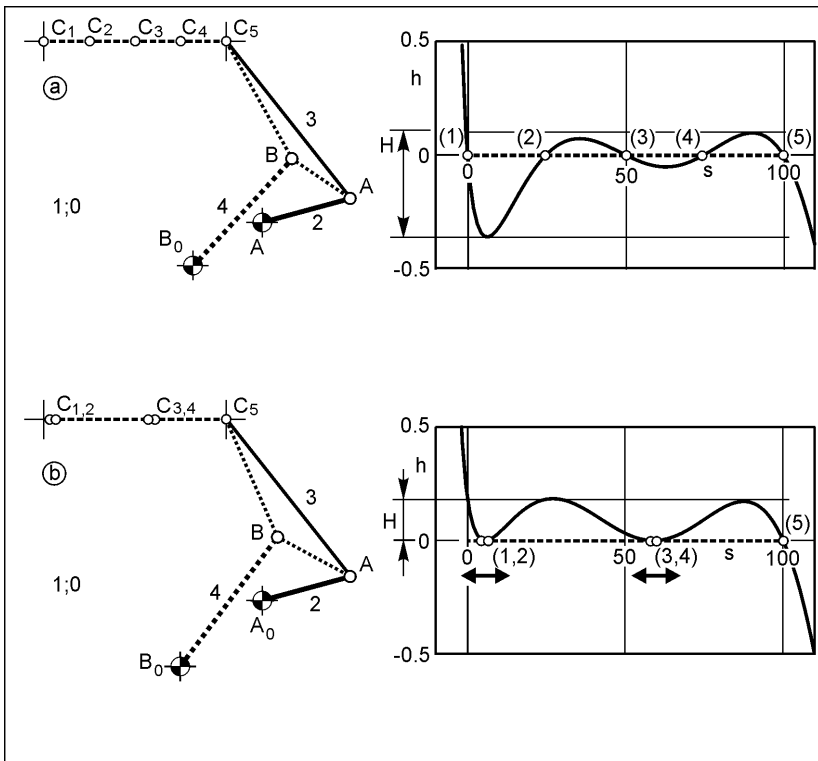


Bild 7: Synthese-Ergebnisse für unterschiedliche Vorgabe von 5 Genau-Punkten

Noch effektiver wird die interaktive Variation aber dann, wenn man sich die Erkenntnis zunutze macht, dass hier gemäß Bild 6b offensichtlich auch fünf Genau-Punkte praktisch brauchbar erfüllt werden können.

Bild 7a zeigt dazu die Verwendung eines Paares von Burmester-Punkten als Lösungs-Lenker B_0B , das sich zunächst bei der angedeuteten Vorgabe von fünf gleichmäßig verteilten Genau-Punkten C_1 bis C_5 auf der Soll-Geraden ergibt. Zur weiteren Optimierung wären hier nun wieder fünf freie Parameter zu variieren, nämlich entweder die x -Werte oder die y -Werte aller fünf Genau-Punkte. Man kann sich aber auch zunutze machen, dass man die geringste Bandbreite des Geradföhrungsfehlers immer dann erhält, wenn ein „ausgeglichener Fehlerverlauf“ vorliegt, also alle Extremwerte und die Randwerte des Fehlerverlaufs genau auf den Randlinien der Geradföhrungs-Bandbreite liegen. Einen solchen Fehlerverlauf kann man gezielt anstreben, indem man gemäß Bild 7b je zwei Genau-Punkte C_1 und C_2 sowie C_3 und C_4 mit einem sehr geringen Abstand in x -Richtung und gleichem y -Wert vorgibt und dadurch an diesen Punktepaaren Extremwerte in Fehlerverlauf erzwingt. Gemäß den angedeuteten Pfeilen braucht man dann nur noch diese beiden Punktepaare in x -Richtung zu variieren, bis die dazwischen liegenden Extremwerte und der linke Randwert den gleichen und damit dann minimalen Fehlerwert erreichen. Mit so nur noch zwei freien Parametern lässt sich das in Bild 7b gezeigte nahezu optimale Ergebnis auch interaktiv schnell und zielstrebig erreichen.

Sonderfall „Symmetrische Bahnföhrung“

Bild 8 zeigt die beiden prinzipiellen Bauformen viergliedriger Drehgelenkgetriebe, die symmetrische Koppelkurven erzeugen. Von diesen ist die rechte besonders interessant, da sie auch als umlaufend antreibbare Kurbelschwinge ausgelegt werden kann. Ein solches Getriebe erzeugt dann eine symmetrische Koppelkurve, wenn die Gelenkpunktabstände $B_0B = AB = BC = l$ gleich sind. Die Richtung der Symmetrieachse SYM ergibt sich in der markierten Weise aus dem Winkel α im Koppeldreieck BAC . Solche Getriebe können bekanntlich auch ganz besonders gute Geradföhrungen erzeugen, und es soll deshalb gezeigt werden, wie hier die Genaulagen-Synthese gezielt eingesetzt werden kann.

Gemäß Bild 9a kann man dazu zunächst fünf Genau-Punkte irgendwie verteilt auf der Soll-Geraden vorgeben, hier aber nun so, dass die Soll-Punkte C_4 und C_5 bezüglich der gewünschten Symmetrieachse SYM exakt symmetrisch zu den Vorgabe-Punkten C_3 und C_2 liegen. Auch der primäre Vorgabe-Zweischlag ist speziell zu wählen, nämlich als Zweischlag B_0BC mit B_0 auf der Symmetrieachse und gleichen Gliedlängen $B_0B = BC = l$ sowie gleicher LagenkenngroÙe für jeweils symmetrisch zueinander liegende Soll-Punkte.

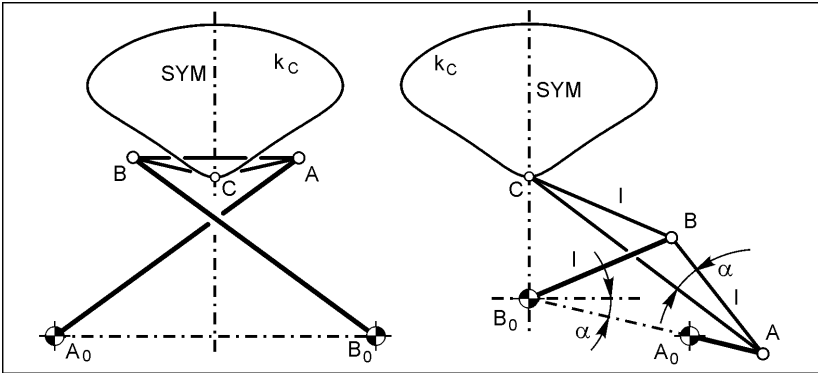


Bild 8: Getriebebauformen zur Erzeugung symmetrischer Koppelkurven

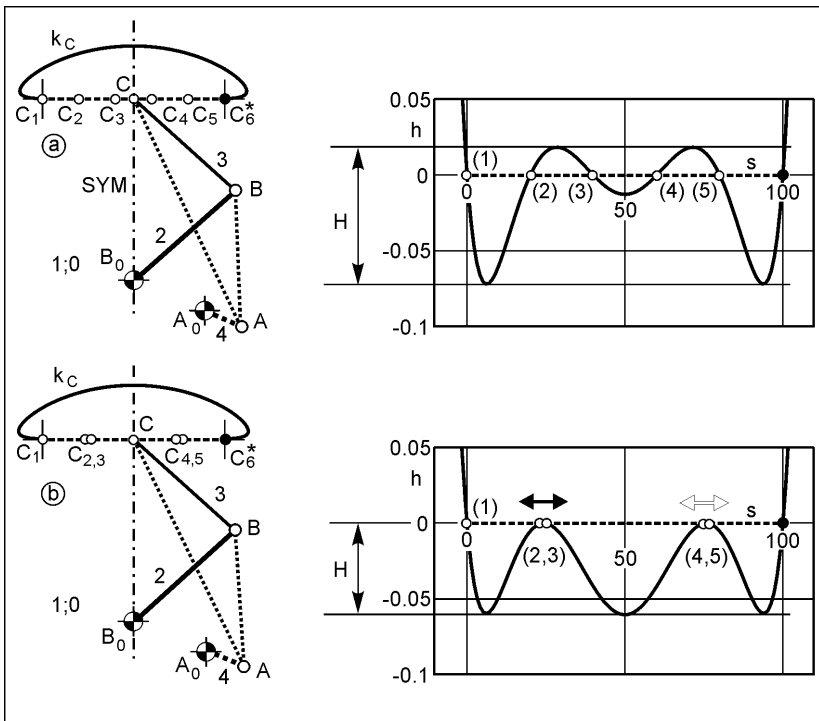


Bild 9: Synthese-Ergebnisse für unterschiedliche Vorgabe von 5 Genau-Punkten. Die Berechnung von Burmester-Punkten für die so definierten fünf Lagen des Koppelgliedes BC relativ zum Gestell liefert neben der trivialen Lösung B_0B entweder ein

weiteres oder aber drei weitere Punktepaare, die als Antriebsglied A_0A genutzt werden können. Alle Lösungsgetriebe, die sich so ergeben, erzeugen auf jeden Fall symmetrische Koppelkurven und sind unter Umständen auch am Antriebsglied A_0A umlaufend antreibbar. Durch die Symmetrie der Koppelkurve wird automatisch auch noch ein sechster, in Bild 9a besonders markierter Genau-Punkt C_6^* erfüllt, ohne dass dieser explizit vorgegeben würde.

Beim Durchspielen von möglichen Auslegungsvarianten erkennt man schnell, dass die vorzugebenden beiden Zweischlagabmessungen – nämlich der Abstand a_{B0} des Gestellgelenkes B_0 von der Soll-Geraden und die Gliedlänge $l = B_0B = BC$ – später im Wesentlichen den Bauraum des fertigen Getriebes und dessen prinzipielles Bewegungsverhalten bestimmen, während die Vorgabe der Soll-Punkte C_i im Wesentlichen die Bandbreite H der Geradföhrungsabweichung beeinflusst.

Zu exemplarisch vorgegebenen Werten für a_{B0} und $l = B_0B = BC$ erhält man dann sehr zielstrebig mit nur einem einzigen Variationsparameter die geringste Geradföhrungsabweichung H_{min} bei Vorgabe der fünf Genau-Punkte C_1 bis C_5 gemäß Bild 9b. Der freie Variationsparameter besteht gemäß dem eingezeichneten Doppelpfeil darin, das Punktepaar C_2, C_3 auf der Soll-Geraden so lange etwas näher zur Symmetrieachse hin oder von dieser weg zu verschieben, bis alle extremen Abweichungen von der Soll-Geraden gleich und damit für die gewählten Zweischlagabmessungen minimal sind. Dabei ist natürlich zu beachten, dass das zweite Punktepaar C_4, C_5 immer symmetrisch zur aktuellen Wahl für das erste Punktepaar platziert wird. Zum schnellen Auffinden des Optimums ist nach jeder neuerlichen Vorgabe für die Genau-Punkte und Berechnung der entsprechenden Lösung für A_0A wieder eine sofortige Analyse des Getriebes mit Präsentation des entstehenden Geradföhrungsverlaufes erforderlich, z.B. gemäß den in Bild 9 gezeigten Diagrammen.

4.2 Koppelgetriebe für Geradföhrung mit konstanter Geschwindigkeit

Aufgabenstellung

Wie schon im Beispiel 4.1 soll ein viergliedriges Drehgelenkgetriebe mit einem Koppelpunkt C wieder eine angenäherte Geradföhrung mit der Länge l_g erzeugen. Zusätzlich soll nun aber gemäß Bild 10 auch am Antriebsglied 2 im Gestellgelenk A_0 ein bestimmter Drehwinkelbereich φ_g für das Durchlaufen der Geradföhrung vorge-schrieben sein und der Weg s des Koppelpunktes C entlang seiner Bahn möglichst proportional zum Drehwinkel des Antriebsgliedes durchlaufen werden. Exemplarisch sei hier zu einer Geradföhrungslänge von wieder $l_g = 100$ ein Antriebswinkel $\varphi_g = 90^\circ$ verlangt.

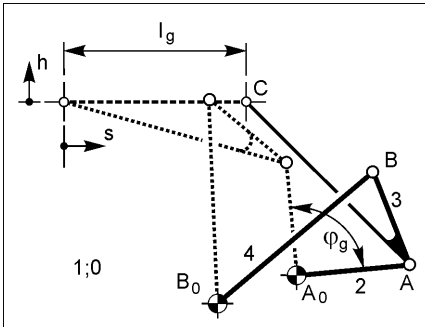


Bild 10:
Koppelgetriebe für Geradföhrung
mit konstanter Geschwindigkeit

Bearbeitungsstrategie

Ein erster Zweischlag A_0AC kann nun nicht mehr – wie in 4.1 – einigermaßen willkürlich gewählt werden, wohl aber in einem ersten Syntheseschritt mit dem Bemessungsbaustein ZWR berechnet werden. Das in diesem Baustein definierte – gegebenenfalls relativ zum Gestell E_0 bewegte – Getriebeglied E_1 mit dem Gelenk G_1 des berechneten Zweischlages ist hier direkt das Gestell selber und die berechneten Gelenkpunkte G_1 und G_2 entsprechen hier den Gelenken A_0 und A des gesuchten Zweischlages. Als Punktlagen P_i sind hier Soll-Lagen für den Koppelpunkt C und für die Winkelwerte φ_i im Gelenk G_2 entsprechende Winkelwerte im Antriebsgelenk A_0 vorzugeben.

Bei der geforderten Proportionalität zwischen dem Weg s entlang der Geradföhrung und dem Drehwinkel φ ist es naheliegend und im Bearbeitungsablauf vereinfachend, für die Winkelschritte φ_i gar keine freie Eingabe zuzulassen, sondern diese automatisch exakt proportional zur s -Komponente der dann nur noch frei variierbaren Positionen der Soll-Punkte C_i im Bereich der Geradföhrung festzulegen.

Wenn zu so definierten Vorgaben mit dem Bemessungsbaustein ZWR ein Zweischlag A_0AC ermittelt bzw. aus einer berechneten Lösungsschar ausgewählt wurde, kann anschließend – nun wieder wie schon in 4.1 – in einem nachgeschalteten Aufruf von DGG der zweite Föhrungslenker B_0B ermittelt werden. Dabei ist es wieder hilfreich, wenn die Gliedlangen, die das Koppelglied AC der im ersten Bemessungsschritt ZWR ausgewählten Lösung einnimmt, auch gleich automatisch als Gliedlagenvorgaben dem nachfolgenden Bemessungsschritt DGG zur Verfügung gestellt werden.

Exemplarische Lösung

Bild 11 zeigt eine exemplarische Lösung dieser Aufgabe. Ohne weitere Optimierungsüberlegungen wurden dafür standardmäßig wieder vier Genau-Punkte C_1 bis C_4 gleichmäßig verteilt exakt auf der Soll-Geraden vorgegeben und den somit drei gleich langen Geradenabschnitten auch jeweils genau ein Drittel des geforderten Drehwinkels im Antriebsgelenk A_0 von insgesamt $\varphi_g = 90^\circ$ zugeordnet. Links zeigt Bild 11a

dazu einen praktisch brauchbaren Ausschnitt des 1-parametrischen Lösungsangebotes, das zu diesen Vorgaben zunächst der Bemessungsbaustein ZWR für den Antriebszweischlag A_0AC liefert. Daraus wurde die hervorgehobene Lösung A_0AC ausgewählt und dem zweiten Bemessungsschritt DGG zugrunde gelegt. Dessen zugeordnetes Lösungsangebot für den zweiten Lenker B_0B zeigt rechts Bild 11b mit einer hervorgehobenen Auswahl für B_0B . Abschließend – wenn nicht auch schon vorher in Zwischenschritten – muss dann das fertige Getriebe aufgabenspezifisch analysiert werden. Hilfreich wäre z.B. ein – hier aus Platzgründen nicht abgebildetes – Diagramm, in dem über dem Antriebswinkel φ im Gelenk A_0 einerseits die Abweichung h vom Soll-Verlauf der Geraden dargestellt ist (Führungsgenauigkeit) und andererseits eine Größe Δs als Lagefehler im Geradföhrungsbereich bezogen auf die verlangte Proportionalität zwischen dem Antriebswinkel φ und dem Weg s entlang der Geradföhrungsrichtung (Übertragungsgenauigkeit). In den vier Vorgabe-Punkten wird sich darin dann für beide FehlergröÙen der Wert Null zeigen, und der Fehlerverlauf dazwischen wird erkennen lassen, mit welcher Tendenz man die verschiedenen Vorgaben wahrscheinlich ändern müsste, um möglicherweise geringere Fehlerwerte zu erreichen.

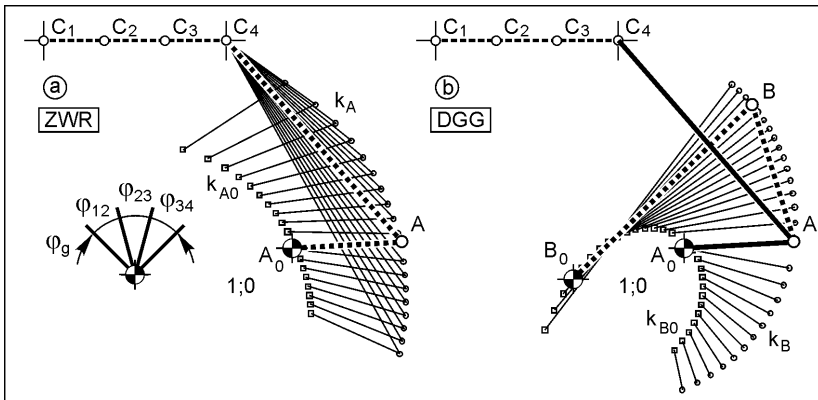


Bild 11: Zweistufige Synthese eines viergliedrigen Koppelgetriebes für Geradföhrung mit konstanter Geschwindigkeit

4.3 Kurbelschwinge mit „Totlagen-Vorgabe“

Aufgabenstellung

Dieses Beispiel soll zeigen, wie durch angepasste Formulierung von Vorgaben die allgemeine Genalagen-Synthese auch zur Lösung von speziellen Syntheseaufgaben eingesetzt werden kann, für die üblicherweise spezielle Auslegungsverfahren verwendet werden. Betrachtet seien exemplarisch die so genannten „Totlagenkonstruktionen von Kurbelschwingen“, mit denen Kurbelschwinge so ausgelegt werden können, dass sie gemäß Bild 12 exakt einen verlangten Schwingwinkel ψ_H und ein vorgegebenes Verhältnis φ_H/φ_R der Antriebswinkelbereiche für den Anstiegsabschnitt und den Abstiegsabschnitt der Übertragungsfunktion aufweisen. Beispielhaft seien hier die Werte $\varphi_H = 60^\circ$ und $\varphi_H/\varphi_R = 200^\circ/160^\circ$ verlangt.

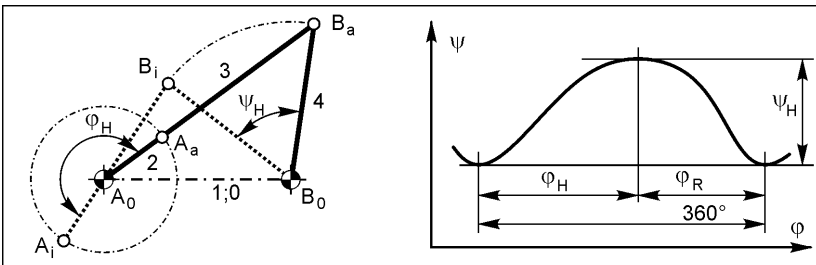


Bild 12: Kurbelschwinge mit typischer Übertragungsfunktion

Bekanntlich gibt es für diese Aufgabe zwei verschiedene zeichnerische Lösungen, je nachdem ob die beiden Umkehrlagen B_0B_a und B_0B_i der Abtriebschwinge vorgegeben sind (Bild 13a) oder die Gestellgelenke A_0, B_0 (Bild 13b). Gezeichnet werden dabei jeweils zwei Kreise k_{A_0} und k_{A_a} bzw. k_{A_a} und k_{B_a} und jede durch B_a bzw. A_0 gezeichnete Gerade g definiert dann eine mögliche Kurbelschwinge $A_0A_aB_aB_0$ in deren äußerer Totlage.

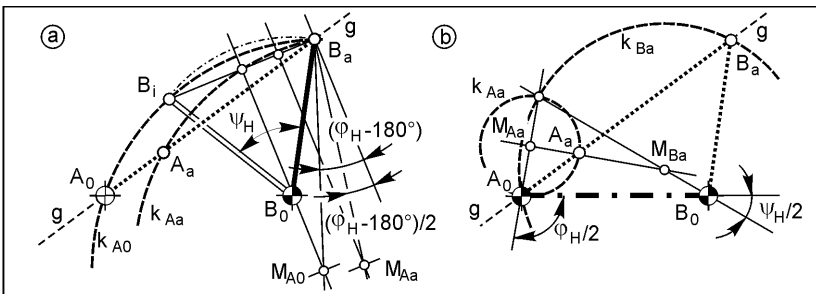


Bild 13: Klassische Totlagen-Konstruktionen zur Auslegung von Kurbelschwingen
a.) für gegebenes Abtriebsglied b.) für gegebene Gestellgelenke

Bearbeitungsstrategie mit Genaulagen-Synthese

Bild 14 zeigt mit zweimal zwei sehr dicht benachbarten Genau-Punkten $(1,2)$ und $(3,4)$ eine Vorgabe für Soll-Punkte der Übertragungsfunktion $\psi(\varphi)$, die so auf jeden Fall die Erfüllung der jeweiligen Totlagenaufgabe sicherstellt.

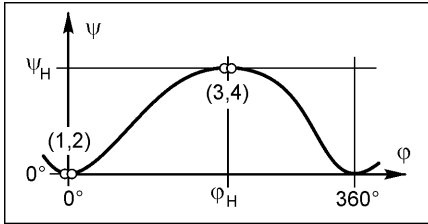


Bild 14:
Spezielle Genau-Punkt-Vorgabe
zur Erfüllung einer Totlagenzuordnung

Mit einem gegebenem Abtriebsglied B_0B liefern die Winkelvorgaben für ψ zunächst Soll-Lagen für den Gelenkpunkt B auf seiner Kreisbahn um B_0 relativ zum Gestell, hier je zwei zusammenfallende Lagenvorgaben in den Umkehrpunkten B_a und B_i für die äußere und die innere Totlage der gesuchten Kurbelschwinge. Die noch fehlenden Glieder Kurbel 2 und Koppel 3 mit ihrem Verbindungsgelenk A und dem Anschlussgelenk A_0 im Gestell liefert der Bemessungsbaustein ZWR mit dem Gestellglied als Ebene E_1 , den Lagenvorgaben für B als Punktlagenschar P_i und den Winkelwerten φ_i für die relative Drehung im Gestellgelenk A_0 .

Bei gegebenen Gestellgelenken A_0 und B_0 definieren diese Winkel-Vorgaben für φ und ψ vollständige Lagenvorgaben für das Antriebsglied 2 relativ zum Gestell und das Abtriebsglied 4 relativ zum Gestell. Der Bemessungsbaustein DGG kann somit eingesetzt werden zur unmittelbaren Bestimmung von verbindenden Koppelgliedern AB .

Exemplarische Lösungen

Bild 15 zeigt für jede der beiden Aufgabenstellungen ein typisches Lösungsangebot, dessen Vorgaben hier zur Anschauung genau so wie in Bild 13 mit den zeichnerischen Lösungen gewählt wurden. Im Vergleich erkennt man, dass die hier als allgemeine Burmester-Kurven berechneten Punktfolgen k_{A0} , k_{A1} bzw. k_{A1} , k_{B1} mit den entsprechenden Kreisen in den zeichnerischen Lösungen übereinstimmen. Durch die so problemspezifisch angepasste Nutzung der allgemeinen Genaulagen-Synthese erübrigt sich also der Rückgriff auf ein entsprechendes spezielles Syntheseprogramm.

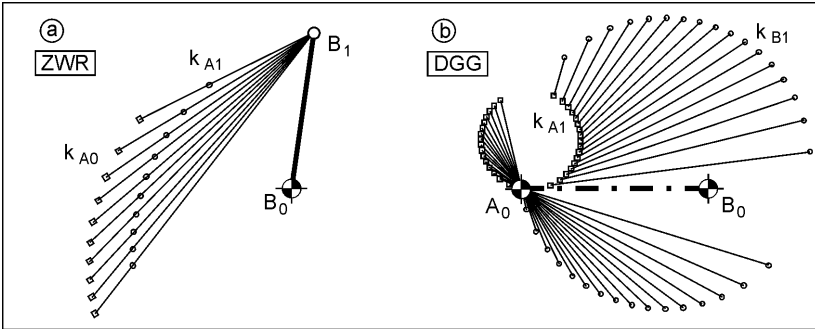


Bild 15: Lösungsangebote der allgemeinen Bemessungsbausteine ZWR und DGG für eine Totlagen-Vorgabe

4.4 Kurbelschwinge mit bereichsweise konstanter Übersetzung

Aufgabenstellung

Wiederum soll gemäß Bild 16 eine Kurbelschwinge mit umlaufendem Antrieb und schwingendem Abtrieb ausgelegt werden, nun aber so, dass für $\varphi = 0^\circ$ und $\psi = 0^\circ$ die Übersetzung exakt $\psi' = 0,5$ beträgt, des Weiteren ein Funktionspunkt bei $\varphi = 60^\circ$ und $\psi = 30^\circ$ am Ende der Sollfunktion exakt erfüllt und dazwischen ein linearer Verlauf möglichst gut angenähert wird.

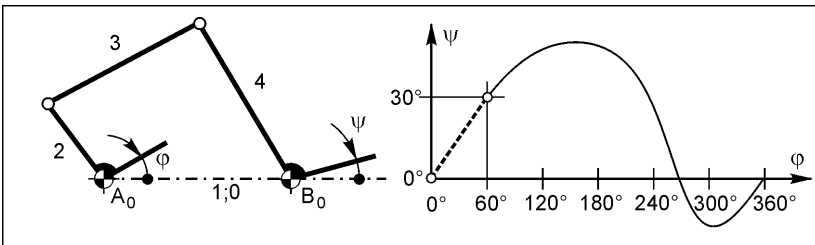


Bild 16: Aufgabenstellung für eine Kurbelschwinge mit bereichsweise konstanter Übersetzung

Bearbeitungsstrategie

Die hier exemplarisch als „hart“ vorgegebenen kinematisch-funktionellen Anforderungen werden am Anfang der Soll-Funktion – gemäß der hier auch verlangten Übersetzung – durch zwei entsprechend sehr dicht benachbart gewählte Genau-Punkte (1,2) und am Ende durch einen einzelnen dritten Genau-Punkt (4) festgelegt (Bild 17).

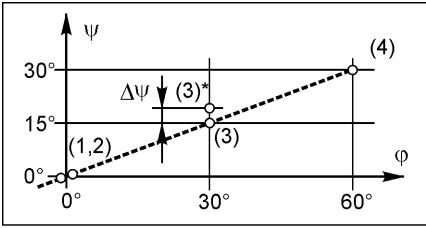


Bild 17:
Spezielle Genau-Punkt-Vorgabe zur Erzeugung eines Abschnittes mit konstanter Übersetzung bei einer Kurbelschwinge

Wenn die Aufgabe z.B. mit insgesamt vier Genau-Punkten bearbeitet werden soll, bleibt somit noch ein frei variierbarer Genau-Punkt (3). Für diesen liegt es zunächst wohl nahe, ihn als Zwischenpunkt (3) z.B. mittig und exakt auf der anzunähernden Soll-Geraden vorzugeben. Bei zusätzlicher Vorgabe von Gestellgelenken A_0 und B_0 liefert dazu der Bemessungsbaustein DGG dann eine Lösungsschar, von der Bild 18 einen Ausschnitt und eine exemplarisch ausgewählte Lösung zeigt. Dieses Lösungsgetriebe ist jedoch keine in A_0 umlaufend antreibbare Kurbelschwinge und erfüllt somit zwar die vorgegebenen Genau-Punkte der Übertragungsfunktion, nicht aber die vorliegende Anforderung an den prinzipiellen Getriebetyp. Versuche mit einer anderen Auswahl aus diesem ersten Lösungsangebot und auch mit variierten Vorgaben in Form einer Verschiebung des Zwischenpunktes (3) auf der linearen Soll-Funktion liefern ebenfalls keine Kurbelschwinge und die gestellte Aufgabe könnte somit zunächst als unlösbar erscheinen.

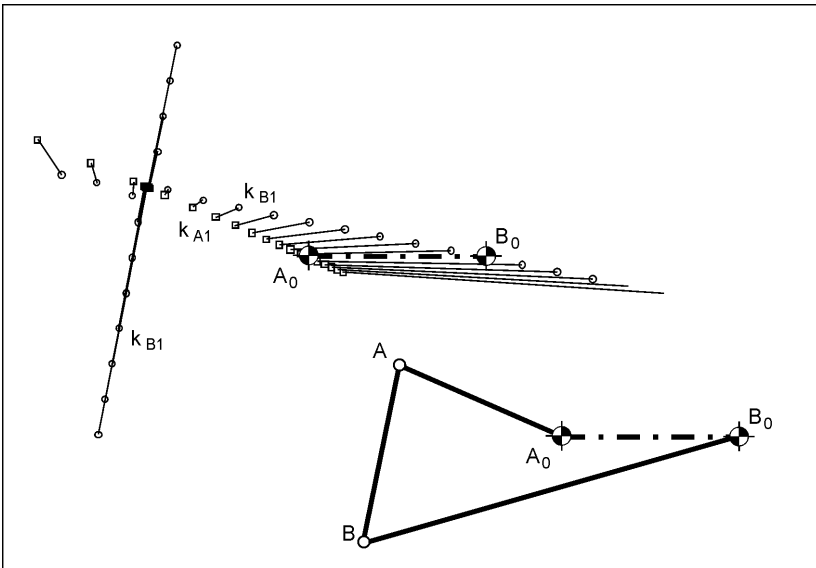


Bild18: Lösungsangebot für Genau-Punkt (3) ohne Kurbelschwinge

Eine systematische Betrachtung der typischen Verläufe der Übertragungsfunktionen der verschiedenen umlauffähigen und nicht umlauffähigen Grundtypen der viergliedrigen Drehgelenk-Getriebe bestätigt auch theoretisch, dass die vorliegende Aufgabe – in der bisher gewählten Formulierung – tatsächlich so von Kurbelschwingen gar nicht erfüllt werden kann. Vier Punkte der Übertragungsfunktion exakt auf einer Geraden können nämlich prinzipiell nur nicht umlauffähige Getriebe erfüllen, während bei Kurbelschwingen ohne Wechsel des Bewegungsbereiches prinzipiell nur maximal drei Genau-Punkte auf einer Geraden möglich sind. Bei den vorliegenden Fest-Vorgaben für die Soll-Punkte (1, 2) und (4) verläuft jede denkbare Übertragungsfunktion einer Kurbelschwinge prinzipiell oberhalb der Soll-Geraden. Dieses Verhalten erschließt sich auch anschaulich aus der Einbettung der linearen Soll-Funktion in den qualitativen Verlauf der Gesamt-Übertragungsfunktion einer Kurbelschwinge in Bild 16.

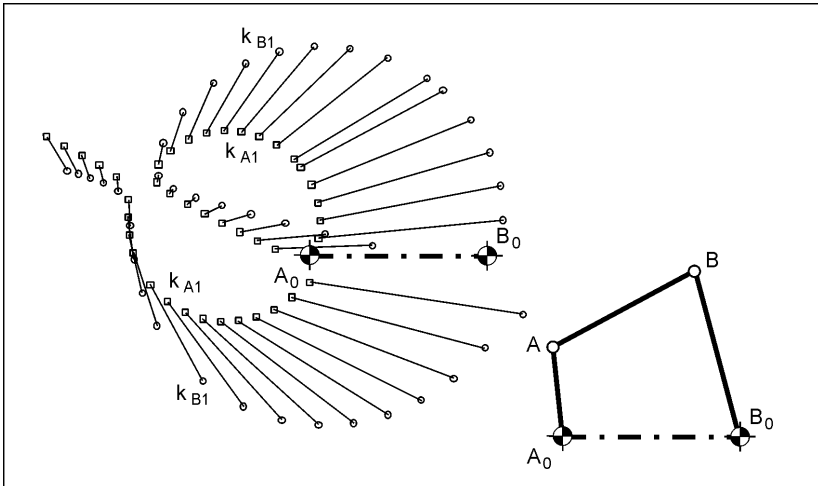


Bild19: Lösungsangebot für Genau-Punkt (3)* mit Kurbelschwingen

Wenn speziell Kurbelschwingen als Lösung verlangt sind, muss also ein Zwischenpunkt (3*) gemäß Bild 17 wenigstens geringfügig oberhalb der Soll-Funktion platziert werden. Den Erfolg dieser Maßnahme bestätigt sofort Bild 19. Für eine Verschiebung um lediglich $\Delta\psi = 0,5^\circ$ über die Soll-Gerade ändert sich bereits massiv das Lösungsangebot und enthält nun in weiten Abschnitten auch Kurbelschwingen, von denen eine exemplarisch herausgegriffen wurde. Deren Analyse liefert z.B. eine maximale Abweichung von $\Delta\psi_{max} = 0,58^\circ$ bei einem Antriebswinkel von $\varphi = 38^\circ$ und einem minimalen Übertragungswinkel von $\mu_{min} = 30^\circ$.

Durch Einsatz der Genaulagen-Synthese verbleiben hier zur optimierenden Variation also letztlich nur zwei Parameter, nämlich die Auswahl in dem 1-parametrischen Lösungsangebot und die variierende Vorgabe eines „Soll-Fehlers“ $\Delta\psi$ bei einem im Grunde beliebigen φ -Wert der Übertragungsfunktion.

4.5 Zange mit „Flachgriff“

Aufgabenstellung

Gesucht sei gemäß Bild 20 ein 6-gliedriges Drehgelenkgetriebe für eine spezielle Zange zum Greifen von ebenflächigen Objekten, das die Zangenbacke 6 relativ zur anderen Zangenbacke auf dem Zangenkörper 1;0 führt. Bei Drehung des Zangengriffes 2 um ein Drehgelenk A_0 in 1;0 soll das Backenglied 6 mit annähernd parallel bleibender Ausrichtung normal zu den Backenflächen geführt werden. Gefordert ist eine Öffnungsweite der Backen zwischen den Grenzwerten θ und s_w . Mit dem Ziel einer guten Geradföhrung soll das Backengelenk C durch ein symmetrisches Getriebe A_0ABB_0 geführt werden mit Symmetrielage bei halber Öffnungsweite der Backen.

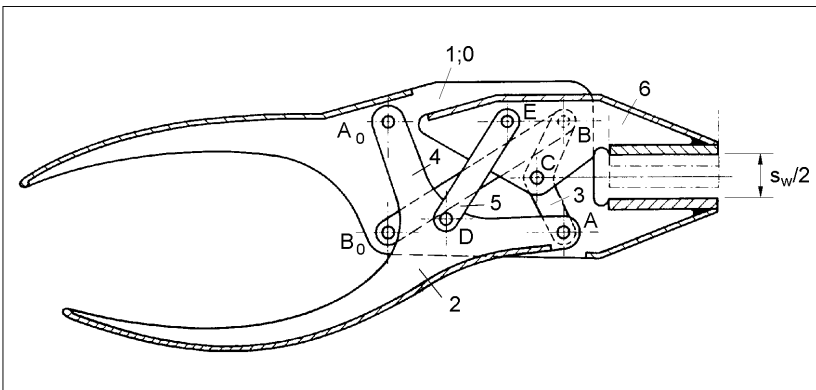


Bild 20: Getriebetechnischer Aufbau einer Zange mit "Flachgriff"

Bearbeitungsablauf

Im ersten Schritt wird gemäß Bild 21 das Teilgetriebe A_0ABB_0 ausgelegt für eine angenäherte Geradföhrung des Koppelpunktes C . Weil hier ein symmetrisches Getriebe entstehen soll, kann im Gegensatz zu 4.1 kein Anfangszweischlag A_0AC frei vorgegeben werden, sondern es muss eine symmetrische vollständige Lagenvorgabe für das Koppelglied 3 erfolgen. Zu der Vorgabe der verlangten Geradföhrung des Punkte C ist deshalb zu jeder Lage C_i auch eine Vorgabe γ_i für den Lagewinkel γ des Gliedes 3 erforderlich.

Um hier nicht durch zu viele, eventuell ungünstige Vorgaben brauchbare Lösungen auszuschließen, empfiehlt sich, nur drei Lagenzuordnungen für die Mittelstellung und die beiden symmetrisch dazu liegenden Endstellungen für die geschlossene und die voll geöffnete Lagenkonfiguration der Zange zugrunde zu legen. Dazu ist dann nur eine – allerdings auch diese in ihren Auswirkungen auf das Lösungsgetriebe kaum einschätzbare – Vorgabe für den maximalen Drehwinkel $\pm\Delta\gamma$ des Koppelgliedes 3 zu wählen und ggf. optimierend zu variieren. Für eine gerasterte Vorgabe des Drehgelenkes A_0 im Zangenkörper 1;0 liefert der Bemessungsbaustein DGG dann ein 2-parametriges Lösungsangebot für den Führungslenker A_0A . Aus diesem wird ein Lenker ausgewählt und mit gleichen Abmessungen ein zweites Mal symmetrisch dazu eingebaut.

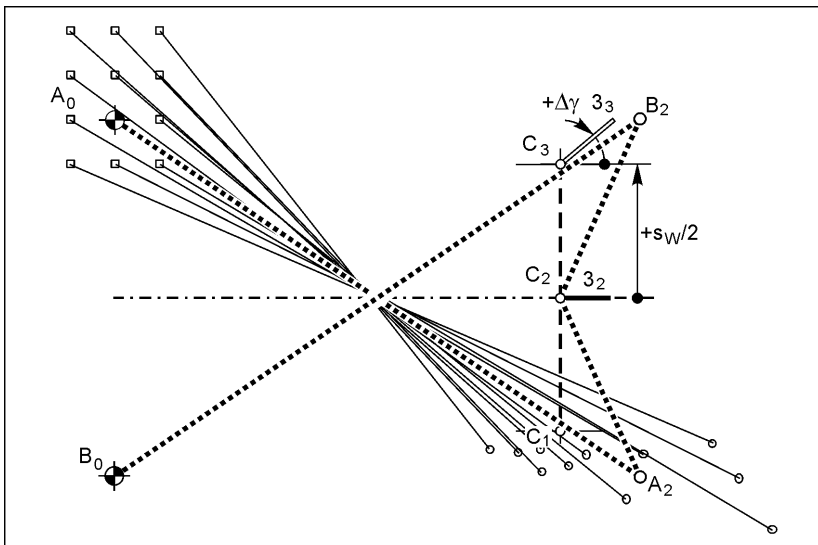


Bild 21: Synthese des symmetrischen Grundgetriebes mit 3 Lagenzuordnungen für die Lage des Koppelgliedes 3 relativ zum Zangenkörper 1;0

In einer ersten Zwischenanalyse kann anschließend das Bewegungsverhalten des bisher vorliegenden Grundgetriebes und insbesondere die erreichte Qualität der Geradföhrung beurteilt werden. In dieser Analyse können auch in beliebigen Zwischenstellungen einander zugeordnete Werte für den Drehwinkel ψ des Griffgliedes 2 und die exakten, tatsächlichen Lage-Koordinaten des Punktes C ermittelt werden, von denen einige herausgegriffene, einander zugeordnete Werte der nächste Bemessungsschritt benötigt.

In diesem zweiten Bemessungsschritt wird gemäß Bild 22 noch einmal der Bemessungsbaustein DGG genutzt, nun zur Berechnung des Führungsgliedes 5 zwischen den Gelenkpunkten D auf Glied 2 und E auf der zu führenden Zangenbacke 6. Die dazu erforderlichen Soll-Lagen für die Glieder 6 und 2 ergeben sich aus auszuwählenden Analyseergebnissen für die Bewegung des Punktes C , an dem das Glied 6 angelenkt werden soll, und des Zangengriffs 2. Die Lagenvorgabe für das Backenglied 6 wird vervollständigt durch die Vorgabe eines konstanten Lagewinkels von 0° wegen der verlangten Parallelführung.

Offen ist zunächst jedoch die Frage, mit wie vielen Lagenzuordnungen gearbeitet werden sollte. Strebt man besonders hohe Führungsqualität an, liegt es nahe, die Maximalanzahl von fünf Lagenzuordnungen zu verwenden, allerdings auf die Gefahr hin, dafür gar keine oder nur praktisch unbrauchbare Lösungen zu erhalten. Bei der hier vorliegenden Aufgabe der Parallelführung des Gliedes 6 durch die vorgegebene Getriebestruktur zeigt sich nun ein möglicherweise verblüffendes Phänomen. Man kann nämlich durchaus unterschiedliche Zwischenstellungen des Griffgliedes 2 und zugeordnete Positionen des Führungspunktes C wählen und trotzdem ergibt sich in allen Fällen immer ein gleiches Paar von Burmester-Punkten. Wenn diese Punkte als Gelenkpunkte D und E gewählt werden, zeigt sich weiter, dass das damit geführte Backenglied 6 nicht nur in den jeweils gewählten Vorgabelagen seine Soll-Lage exakt parallel zu anderen Zangenbacke einnimmt, sondern in allen Fällen auch dazwischen exakt parallel bleibt.

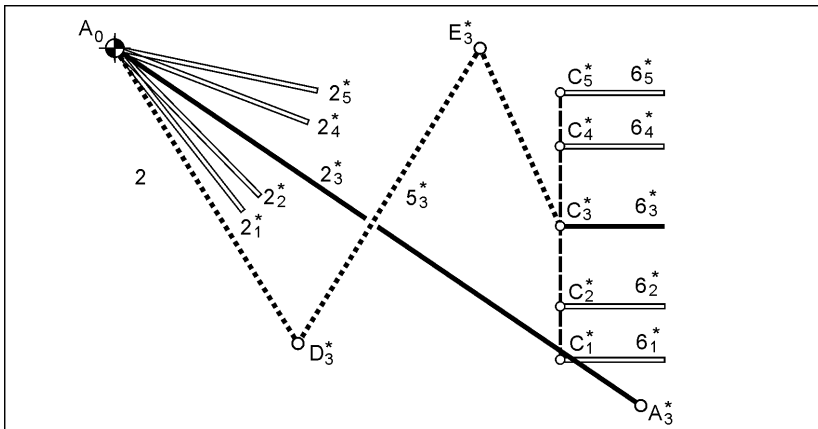


Bild 22: Synthese des Führungsgliedes DE (Glieder 5) mit 5 Lagenzuordnungen der Zangenbacke 6 relativ zum Zangengriff 2

Die Erklärung dafür ist, dass es bekanntlich für die vorliegende Getriebestruktur tatsächlich immer eine ganz bestimmte, exakt parallel führende Lösung gibt, die – auf der Basis des Satzes von Roberts über die dreifache Erzeugung von Koppelkurven – auch einfach ermittelt werden kann. Während dieser Ansatz aber nur eine einzige – zwar exakt parallel führende, aber eventuell konstruktiv ungünstige – Lösung liefert, bietet die Genaulagen-Synthese durch Auswahl von nur drei oder vier Lagenvorgaben noch einen gewissen Gestaltungsspielraum. Bild 22 zeigt fünf exemplarisch ausgewählte Lagenvorgaben und als hervorgehobenes Führungsglied DE die sich dazu ergebende Lösung für die Burmester-Punkte. Mit nur drei oder vier Lagenvorgaben würde man in der Umgebung dieser so gefundenen, exakt parallel führenden Lösung weitere Lösungen mit angenäherter Parallelführung finden können.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass praxisgerechte Nutzung der klassischen Genaulagen-Synthese – in der hier vorgestellten Form – auf jeden Fall vom Anwender viel kinematisches Verständnis verlangt und darüber hinaus geeignete Software voraussetzt, die die hier angedeutete Anwendungsmethodik effektiv unterstützt. Dazu gehört natürlich auch die Berechnung von Burmester-Kurven und Burmester-Punkten, aber das ist dann nur noch eine Teilaufgabe in der Gesamtfunktionalität eines solchen Programmsystems.

Insbesondere bei der interaktiven Auslegung von Koppelgetrieben, also wenn vorab keine klar definierte, quantitativ auswertbare „Zielfunktion“ vorliegt und die vergleichende Bewertung von möglichen Lösungsvarianten eher intuitiv erfolgen soll oder muss, kann die geschickt eingesetzte Genaulagen-Synthese eine wirksame Hilfe sein, denn als Alternative käme ja nur eine direkte Variation von Abmessungsparametern infrage. Auch dann, wenn bei „weichen“ kinematisch-funktionellen Anforderungen der Einsatz der Genaulagen-Synthese keine Reduktion der Anzahl der freien Variationsparameter bewirkt, führt die dann häufig mögliche, gezielte interaktive Variation von kinematisch-funktionellen Vorgaben oft schneller und übersichtlicher zu einer guten Lösung, als ein „blindes Durchprobieren“ von Abmessungsvarianten. Allerdings ist – insbesondere bei mehrgliedrigen Getrieben – die entscheidende Voraussetzung die, dass in einem Gesamtgetriebe einzelnen Gliedergruppen klar abgrenzbare kinematisch-funktionelle Aufgaben zugeordnet werden können, die sich durch eine begrenzte Anzahl von Genau-Punkten treffend erfassen lassen.

Für Auslegungsaufgaben, die diese Voraussetzung nicht hinreichend erfüllen – und das ist leider nicht untypisch – bleibt wohl nur die allgemeine, direkte Variation von Abmessungsparametern, natürlich durch entsprechende Optimierungsprogramme mit allen sich hier ergebenden Problemen, insbesondere der notwendigen „Vorab-Formulierung“ einer jeweils aufgabenspezifischen, praxisgerechten Zielfunktion.

Lange Zeit glaubte der Autor, durch Integration von Genaulagen-Synthese in allgemeine Parametervariation müssten sich besonders effektive Optimierungsprozesse gestalten lassen, und dazu durchgeführte Forschungsarbeiten brachten zunächst auch durchaus ermutigende Ergebnisse [6,11,12]. Für die praktische Nutzung im „Alltags-Gebrauch“ erwies sich das bisher dazu entwickelte Instrumentarium aber doch als noch zu unhandlich. Das letzte Wort ist dazu vielleicht noch nicht gesprochen und der Autor ist nach wie vor sehr interessiert an einer fachlichen Diskussion über Möglichkeiten und Schwierigkeiten dieses Ansatzes, allerdings aufgrund der bisher damit gewonnenen praktischen Erfahrung nicht mehr allzu optimistisch.

Literatur

- [1] Burmester, L.: *Lehrbuch der Kinematik, Erster Band: Die ebene Bewegung*. Leipzig: Arthur Felix Verlag 1888.
- [2] Gierse, F. J., Günzel, D. u. Schaeffer, T.: *Untersuchung und Klassifizierung von Maßsynthese-Verfahren für die Bestimmung der Kinematik ebener Führungsgelenkgetriebe*. Fortschrittberichte VDI, Reihe 1, Nr. 218. Düsseldorf, VDI-Verlag 1993.
- [3] Braune, R.: *Ein Beitrag zur Maßsynthese ebener viergliedriger Kurbelgetriebe*. Dissertation RWTH Aachen, 1980.
- [4] Dittrich, G., Braune, R. u. Franke, W.: *Algebraische Maßsynthese ebener viergliedriger Kurbelgetriebe*. Fortschr.-Ber. VDI-Z, Reihe 1, Nr. 109. Düsseldorf, VDI-Verlag 1983.
- [5] Lücke, J.: *Kombination von Genauagsynthese und allgemeiner Optimierung zur Auslegung von Koppelgetrieben*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 1, Nr. 205. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992.
- [6] Lücke, J.: *Strategien zum effektiven Einsatz der Genauagsynthese durch Integration mit allgemeiner Optimierung*. VDI-Berichte 958 (1992), S 17-32.
- [7] Wohlenberg, P.: *Auslegung von Koppelgetrieben mit wiederholtem Durchlauf interaktiv erstellter Bearbeitungsstrategien*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 1, Nr. 377. Düsseldorf: VDI Verlag 2001.
- [8] Wohlenberg, P.: *Schnelle interaktive Auslegung von Koppelgetrieben mit wiederholtem Durchlauf interaktiv erstellter Bearbeitungsstrategien*. VDI-Berichte 1567 (2000), S. 225 – 244.
- [9] Braune, R.: *Rechnereinsatz in der Getriebetechnik*. Skript zur gleichnamigen Vorlesung, Institut für Getriebetechnik, Leibniz Universität Hannover, 2003.
- [10] Kerle, H., Pittschellis, R. u. Corves, B.: *Einführung in die Getriebelehre*. 3. Auflage, Wiesbaden: Teubner Verlag 2007.
- [11] Braune, R.: *Erfahrungen mit der Nutzung von klassischen Methoden der Getriebesynthese bei der rechnergestützten Getriebeoptimierung*. Vortrag Ehrenkolloquium Prof. Volmer, TU Chemnitz, 2000.
- [12] Bauermann, E.: *GENESYS – Erweiterung der Systemarchitektur und Entwicklung einer Optimierungskomponente in einer Gelenkgetriebe-Software*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 10, Nr. 625. Düsseldorf: VDI Verlag 2000.